

11.4. Для отображения сигнала на экране осциллографа используется электронно-лучевая трубка, в которой тонкий пучок электронов отклоняется при его прохождении через плоский конденсатор (пластины конденсатора перпендикулярны плоскости экрана, пучок входит в конденсатор посередине между пластинами). Пусть l_1 – длина пластин конденсатора, d – расстояние между пластинами, L – расстояние от середины пластин до экрана ($L \gg l_1$), $2H$ – размер экрана по горизонтали, v_0 – скорость электронов в пучке, m и e – масса и заряд электрона. Луч пробегает с постоянной скоростью по экрану по горизонтальной оси от левого края до правого края за время T ($T \gg L/v_0$). Определите функцию зависимости разности потенциалов между пластинами U от времени t для отображения такого сигнала.

Решение.

Пусть z – ось, параллельная пластинам конденсатора, x – ось, параллельная плоскости экрана и перпендикулярная пластинам конденсатора.

Запишем уравнение движения электронов вдоль осей:

$$z = v_0 t, \quad x = \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

Ускорение можно найти из 2-го закона Ньютона:

$$a = \frac{eE_x}{m} = \frac{eU}{md}, \quad (2)$$

где E_x – напряженность электрического поля внутри конденсатора, U – установленная разность потенциалов.

Из уравнений (1) и (2) находим:

$$x = \frac{eU}{2mv_0^2 d} z^2. \quad (3)$$

Т.е. траектория электронов между пластинами конденсатора представляет собой параболу. За время прохождения конденсатора смещение пучка составит

$$h_1 = \frac{eU}{2mv_0^2 d} l_1^2, \quad (4)$$

а тангенс угла отклонения

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{eU}{mv_0^2 d} l_1. \quad (5)$$

Выйдя из пластин конденсатора, электроны продолжают движение по прямой линии. Пусть l_2 – расстояние от края пластин конденсатора до экрана. Смещение отметки на экране составит:

$$h = h_1 + l_2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{eU}{mv_0^2 d} l_1 \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right) = \frac{eU l_1 L}{mv_0^2 d}. \quad (6)$$

Отсюда получаем выражение для напряжения U на конденсаторе, необходимое для смещения h отметки на экране:

$$U = \frac{mv_0^2 d}{e l_1 L} h. \quad (7)$$

Поскольку по условию задачи время движения луча по экрану T много больше времени полета электрона между пластинами конденсатора и далее к экрану, можно считать, что текущее напряжение U практически сразу отображается в виде смещения сигнала на экране.

За время T сигнал с постоянной скоростью проходит от координаты $-H$ до координаты H . Этому соответствует функция

$$h(t) = \frac{2H}{T} - H. \quad (8)$$

Подставляя в (7), получаем:

$$U(t) = \frac{mv_0^2}{el_1L} h(t) = \frac{mv_0^2}{el_1L} \left(\frac{2H}{T} - H \right). \quad (9)$$

Разбалловка

№	Критерий	Баллы
1	Записано уравнение (1) движения электронов внутри конденсатора	1
2	Найдено ускорение – уравнение (2)	1
3	Показано, что траектория электронов между пластинами конденсатора представляет собой параболу – уравнение (3)	1
4	Найдено смещение пучка электронов внутри конденсатора – уравнение (4)	1
5	Найден угол (или тангенс угла) отклонения – уравнение (5)	1
6	Получена связь между смещением отметки на экране и напряжением на конденсаторе – уравнения (6), (7)	2
7	Отмечено, что ввиду $T \ll L/v_0$ текущее напряжение U практически сразу отображается в виде смещения сигнала на экране (пренебрегаем задержкой времени на пролёт электронов)	1
8	Получено уравнение (8) для зависимости координаты отметки на экране от времени	1
9	Записана функция зависимости (9) для разности потенциалов между пластинами U от времени t	1
	Сумма	10